

EKONOMSKA FAKULTETA
AKTUARSKA MATEMATIKA 1
SMER AKTUARSTVO IN AKTUARSKE FINANCE

PISNI IZPIT

9. JULIJ 2009

IME IN PRIIMEK: _____

NAVODILO

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Rešitev naloge mora zajemati vse potrebne izračune in utemeljitve. Nalog je 6 in vsaka je vredna 20 točk, torej skupaj 120 točk.

<i>Naloga</i>	<i>a.</i>	<i>b.</i>	<i>c.</i>	<i>d.</i>	<i>e.</i>	<i>f.</i>	<i>Skupaj</i>
1.						•	
2.			•	•	•	•	
3.				•	•	•	
4.			•	•	•	•	
5.			•	•	•	•	
6.			•	•	•	•	
Skupaj							

1. (20) Zavarovalnica bo zavarovani osebi ali njenim dedičem izplačevala mesečno rento v višini 1000 EUR naslednjih 20 let.
- a. (5) Privzemite, da v namen izplačevanja rente zavarovalnica želi na banki deponirati vsoto x pri efektivni letni obrestni meri 4%. Kolikšen mora biti najmanj x , da bo zavarovalnica zmožna odplačati rento? Privzemite, da so vsi meseci enako dolgi.
- b. (5) Privzemite, da banka ponuja efektivno letno obrestno mero 4% za prvih 10 let in efektivno obrestno mero 3,5% za drugih 10 let. Kolikšen začetni kapital je potreben, da bo banka zmožna izplačati rento?
- c. (10) Privzemite, da se bo po 10 letih zavarovalnici ponudila možnost, da kupi obveznico, ki izplačuje kupone po efektivni letni obrestni meri 4,5% na koncu vsakega meseca po 10 letu, na koncu obdobja pa povrne glavnico. Privzemamo, da bo bančna efektivna obrestna mera vse obdobje ostala 4%. Privzemite, da je obveznice možno kupiti v poljubnih količinah (tudi necelih). Kolikšen kapital potrebuje zavarovalnica na začetku, če bo po 10 letih "preskočila" na obveznice? Se jim to splača?

2. (20) V spodnji tabeli je amortizacijski načrt za obveznico RS13. Če obveznico kupite danes, boste v prihodnosti dobivali plačila kuponov ob navedenem datumu, na koncu pa vam bodo izplačali tudi glavnico. Kuponi se izplačujejo polletno. Zaradi preprostosti privzemite, da je vsako leto dolgo 1 enoto, pol leta $1/2$ enote, deleži leta pa se računajo s privzetkom, da ima leto 365 dni.

Datum	Št. kupona	Kupon	Izpl.glavnice	Preostala glavnica
29.6.98	1	27.75	0	1000
29.12.98	2	27.75	0	1000
29.6.99	3	27.75	0	1000
29.12.99	4	27.75	0	1000
29.6.00	5	27.75	0	1000
29.12.00	6	27.75	0	1000
29.6.01	7	27.75	0	1000
29.12.01	8	27.75	0	1000
29.6.02	9	27.75	0	1000
29.12.02	10	27.75	0	1000
29.6.03	11	27.75	0	1000
29.12.03	12	27.75	0	1000
29.6.04	13	27.75	0	1000
29.12.04	14	27.75	0	1000
29.6.05	15	27.75	0	1000
29.12.05	16	27.75	0	1000
29.6.06	17	27.75	0	1000
29.12.06	18	27.75	0	1000
29.6.07	19	27.75	0	1000
29.12.07	20	27.75	1000	0

- a. (10) Predpostavite, da je cena obveznice na dan 7. 9. 2002 enaka $100,5\%$. To pomeni, da boste za obveznico plačali 1005 enot (namesto nominalne vrednosti 1000 enot). Predpostavite, da je jakost obresti enaka $\delta = 0,07139$, kar je enako jakosti inflacije po trenutni oceni Urada za Statistiko RS. Bi se odločili za nakup te obveznice? Predpostavljajte,

da bo jakost obresti δ v navedenem obdobju konstantna (to je sicer nerealistično, lahko pa je prvi približek). Predpostavljajte tudi, da boste plačila iz kuponov porabili in ne ponovno investirali pri dani obrestni meri.

- b. (10) Pri kolikšni jakosti obrestne mere bi bil nakup obveznice enako dobra naložba kot vezana vloga z enako jakostjo obresti? Zapišite samo ustrezno enačbo, ni pa je potrebno rešiti.

3. (20) Naj bo K_x preostala življenjska doba osebe stare x let. Slučajna spremenljivka K_x^* naj bo definirana kot

$$K_x^* = \begin{cases} K_x & \text{za } K_x \leq n, \\ n & \text{za } K_x > n. \end{cases}$$

Označite $e_{x:\overline{n}|} = E(K_x^*)$.

a. (5) Utemeljite, da velja

$$e_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^n k p_x.$$

b. (5) Naj bo $0 \leq x < y$. Pokažite, da velja

$$e_{x:\overline{y-x}|} = p_x + p_x e_{x+1:\overline{y-(x+1)|}}.$$

c. (10) Pokažite, da velja

$$e_{x:\overline{n}|} = p_x(1 - n p_{x+1}) + p_x e_{x+1:\overline{n}|}.$$

4. (20) Ženska stara x let kupi zavarovanje za doživetje za dobo n let in zavarovalno vsoto 1. Posebnost pogodbe je, da v primeru smrti pred iztekom zavarovanja zavarovalnica na koncu leta smrti povrne delež α obrestovane vplačane premije, vendar le če se smrt zgodi pred iztekom m -tega leta zavarovanja z $m < n$. Premije se plačuje na začetku vsakega leta zavarovanja. Premija ostaja ves čas zavarovanja enaka, efektivna obrestna mera pa naj bo i .

a. (10) Izpeljite formulo za premijo za opisano zavarovanje.

b. (10) Izračunajte premijo, če je efektivna obrestna mera 4%, $x = 30$, $n = 5$, $m = 3$ in $\alpha = 0,3$.

5. (20) Ženska stara x let kupi zavarovanje za doživetje za dobo n let in zavarovalno vsoto 1. Posebnost pogodbe je, da v primeru smrti pred iztekom zavarovanja zavarovalnica na koncu leta smrti povrne delež α obrestovane vplačane premije, vendar le če se smrt zgodi pred iztekom m -tega leta zavarovanja z $m < n$. Premije se plačuje na začetku vsakega leta zavarovanja. Premija ostaja ves čas zavarovanja enaka, efektivna obrestna mera pa naj bo i .

a. (10) Izpeljite formulo za neto rezervacijo ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, n - 1$.

b. (10) Izračunajte ${}_3V$, če je efektivna obrestna mera 4%, $x = 30$, $n = 5$, $m = 3$ in $\alpha = 0,3$.

6. (20) Zavarovalnica mora določiti vrednosti enkratne premije za določeno skupino poškodovanih moških oseb. Predlagani sta dve metodi:

A Jakost smrtnosti se poveča za 0,0009569 za vse starosti do 60 leta. Smrtnost oseb starih več kot 60 let se ne spremeni.

B Osebe stare do 50 let "postaramo" za 10 let, osebe stare od 50 do 60 let "postaramo" za 5 let, oseb starejših od 60 let pa ne "postaramo".

Effektivna obrestna mera naj bo 4% na leto.

a. (10) Izračunajte, za koliko odstotkov sta premiji izračunani po predlaganih metodah dražji od neto enkratne premije izračunane z isto obrestno mero za nepoškodovano osebo staro 40 let, ki se želi zavarovati za primer smrti za obdobje 20 let.

b. (10) Izračunajte še premiji pri predpostavkah, da je zavarovalna vsota 100.000 EUR, da so začetni stroški 10% prve letne premije, nadaljni stroški pa so 5% vsake letne premije, razen prve.

