

ČASOVNE VRSTE

Časovne vrste so statistični modeli za mnoge podatke, ki imajo časovno komponento, posebej v ekonomiji. Ogleдали si bomo enega od preprostih modelov in sicer AR(1). Prepostavljamo, da so $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ med sabo neodvisne slučajne spremenljivke porazdeljene normalno $N(0, \sigma^2)$. Naj bo $X_0 \sim N(0, \tau^2)$ od $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ neodvisna, kjer je

$$\tau^2 = \frac{\sigma^2}{1 - \rho^2},$$

za $|\rho| < 1$. Slučajne spremenljivke X_0, X_1, \dots naj imajo porazdelitev definirano rekurzivno z

$$X_n = \rho X_{n-1} + \epsilon_n$$

za $n = 1, 2, \dots$

- Zapišite gostoto vektorja (X_0, X_1, \dots, X_n) . Pokažite, da imajo vse spremenljivke X_n enako matematično upanje in enako varianco.
- Predpostavljajte, da so dane opazovane vrednosti x_0, x_1, \dots, x_n . Oceniti želimo parametra τ^2 in ρ . Pokažite, da je logaritemska funkcije verjetja enaka

$$\begin{aligned} \ell(\rho, \tau^2 | \mathbf{x}) &= \\ &= -\frac{n+1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log(\tau^2) - \frac{x_0^2}{2\tau^2} - \frac{n}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{k=1}^n \frac{(x_k - \rho x_{k-1})^2}{2\sigma^2}. \end{aligned}$$

- Kako bi ocenili parametra ρ in σ^2 ?
- Izberite si $\rho = 1/2$ in $\sigma = 0, 1$ in simulirajte časovno vrsto. Ocenite parametre in postopek ponovite $N = 1000$ -krat. Oglejte si histograme ocen za parameter ρ . Komentirajte.
- Kako bi razložili, da je porazdelitev ocen za ρ približno normalna?