

UNIVERZA NA PRIMORSKEM  
FAMNIT, MFI  
VREDNOTENJE ZAVAROVALNIH PRODUKTOV  
PISNI IZPIT  
27. JANUAR 2016

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_ VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4. Dovoljena sredstva sta dva A4 format lista in matematični priročnik. Vaše odgovore prosim napišite na priložene liste. Na razpolago imate 2 uri.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.		•	•	•	
2.				•	
3.					
4.		•	•	•	
5.				•	
6.			•	•	
Skupaj					

1. (20) Oseba vzame stanovanjski kredit v višini 200.000 €. Po pogodbi na koncu vsakega leta zapade plačilo v fiksnem znesku 18.000 €, le zadnji obrok bo manjši. Efektivna obrestna mera naj bo 5%.

a. (5) Koliko obrokov po 18.000 € bo oseba morala plačati?

b. (5) Kolikšen bo zadnji obrok?

c. (10) Kolikšen del zadnjega obroka bodo obresti in kolikšen del bo odplačilo glavnice?



2. (20) Obveznica z glavnico  $G$  ima naslednji amortizacijski načrt: vsako leto z začetkom po preteku prvega leta po nakupu dobimo kupon v višini  $K$  do zadnjega leta pred dospetjem. Ko obveznica dospe, nam izdajatelj obveznice izplača še glavnico  $G$ . Trajanje obveznice je  $n$  let. Efektivna obrestna mera naj bo  $i$ .

Privzemite, da lahko izdajatelj tudi neha izplačevati kupone v trenutku  $T$  ali izplača samo delež  $D$  glavnice. Možni deleži so  $\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ . Predpostavite, da v primeru, ko izdajatelj neha plačevati kupone v trenutku  $T = k$ , ne plača kuponov v trenutkih  $k + 1, \dots, n - 1$ . Privzemite, da poznamo verjetnosti

$$P(T = k, D = d_l)$$

za  $k = 1, 2, \dots, n - 1$  in  $l = 1, 2, \dots, m$ .

a. (10) Zapišite formulo za pričakovano sedanjo vrednost opisane obveznice v trenutku nakupa.

b. (10) Privzemite, da veste, da izdajatelj preneha s plačevanjem kuponov v trenutku  $k$ . Kolikšna je po vašem mnenju v trenutku  $k$  pričakovana sedanja vrednost preostalih izplačil?



3. (20) Naj bo

$${}_tP_x = \left( \frac{1+x}{1+x+t} \right)^3.$$

a. (5) Izračunajte  $\mu_t$  za  $t \geq 0$ .

b. (5) Izračunajte  $E(T_x)$ .

c. (5) Izpeljite formulo za  $E(K_x)$ .

d. (5) Izračunajte  $P(a \leq T_x \leq b)$ .



4. (20) Oseba stara  $x$  let kupi zavarovanje za primer smrti za vse življenje. Zavarovana vsota je 10.000 EUR. Premije se plačuje na začetku leta za naslednjih 20 let po sklenitvi zavarovanja, če je oseba še živa. Zavarovano vsoto zavarovalnica izplača ob koncu leta smrti. Efektivna obrestna mera naj bo  $i$ . Posebnost pogodbe je, da v času plačevanja premij v primeru smrti zavarovalnica poleg zavarovane vsote izplača tudi neobrestovano polovico zadnje premije, vendar ne po preteku 20 let.

a. (20) Naj bo  $d = i/(1 + i)$ . Pokažite, da je premija enaka

$$\Pi = \frac{10.000A_x}{(1 + d/2)\ddot{a}_{x:\overline{20}|} - (1 - v^{20}{}_{20}p_x)/2}.$$





5. (20) Privzemite splošno zavarovanje za primer smrti za osebo staro  $x$  let z izplačili  $c_1, c_2, \dots, c_n$  na koncu leta, ko oseba umre in premijami  $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{n-1}$ , ki se plačujejo na začetku vsakega leta. Efektivna obrestna mera naj bo konstantna in enaka  $i$  v celotnem obdobju.

a. (5) Privzemite, da so vse premije enake. Zapišite formulo za višino premij.

b. (5) Zapišite formulo za  ${}_kV_x$  v splošnem primeru za  $0 < k < n$ .

c. (10) Za  $0 < k < n - 1$  izpeljite *Facklerjevo formulo*

$${}_{k+1}V_x = ({}_kV_x + \pi_k) \frac{1+i}{p_{x+k}} - c_{k+1} \frac{q_{x+k}}{p_{x+k}}.$$



6. (20) Zavarovalnica mora določiti vrednosti enkratne premije za določeno skupino poškodovanih moških oseb. Predlagani sta dve metodi:

A Jakost smrtnosti se poveča za 0,0009569 za vse starosti do 60 leta. Smrtnost oseb starih več kot 60 let se ne spremeni.

B Osebe stare do 50 let "postaramo" za 10 let, osebe stare od 50 do 60 let "postaramo" za 5 let, oseb starejših od 60 let pa ne "postaramo".

Effektivna obrestna mera naj bo 4% na leto.

a. Izračunajte, za koliko odstotkov sta premiji izračunani po predlaganih metodah dražji od neto enkratne premije izračunane z isto obrestno mero za nepoškodovano osebo staro 40 let, ki se želi zavarovati za primer smrti za obdobje 5 let.

b. (10) Izračunajte še premiji pri predpostavkah, da je zavarovalna vsota 100.000 EUR, da so začetni stroški 10% prve letne premije, nadaljni stroški pa so 5% vsake letne premije, razen prve.

