

UNIVERZA NA PRIMORSKEM

FAMNIT, MEF IN MFI

OSNOVE ZAVAROVANJA

PISNI IZPIT

23. JUNIJ 2021

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT:

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 6. Dovoljena sredstva sta dva A4 format lista in matematični priročnik. Na razpolago imate 2 uri.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.				•	
2.			•	•	
3.					
4.			•	•	
5.			•	•	
6.				•	
Skupaj					

1. (20) Banka posamezniku ponuja kredit v višini 200.000€ za obdobje 20 let. Privzete je, da bo prvih 10 let obrestna mera 2.5% na letni ravni, za ostalih 10 let pa 3%. Odplačevanje bo mesečno, obrok pa bo vse obdobje enak. Privzemite, da so vsi meseci enako dolgi.

- a. (5) Izračunajte višino mesečnega obroka.
- b. (5) Kakšni enačbi ustreza efektivna obrestna mera, po kateri se je posameznik zadolžil? Poiščite numerično aproksimacijo.
- c. (10) Kolikšen je dolg po 15 letih odplačevanja?

2. (20) V spodnji tabeli je amortizacijski načrt za obveznico. Če obveznico kupite danes, boste v prihodnosti dobivali plačila kuponov po navedenem načrtu, na koncu pa boste dobili še glavnico. Obveznica je denominirana v € in se prodaja v apoenih po 100,00€. Privzemite, da je leto dolgo 1 enoto, deleži leta pa se računajo s privzetkom, da ima leto 365 dni.

- a. (10) Cena dveh apoenov obveznice na dan 29. 4. 2020 je bila 208,2€. Bi se 29. 4. 2020 odločili za nakup te obveznice, če predpostavite, da bo letna efektivna obrestna mera v obdobju življenja obveznice konstantno 4% in da boste izplačila kuponov porabili in ne ponovno investirali?

- b. (10) Borzni analitiki menijo, da bi bila prava cena obveznice na dan 29. 4. 2020 107,75€. Ob kolikšni jakosti obresti je izračunana ta cena, ce predpostavite, da bo jakost obresti konstantna v navedenem obdobju. Rešitev te naloge je možna samo numerično. Zapišite le enačbo, ki jo je potrebno rešiti.

Datum	Št. kupona	Kupon	Izplač. glav.	Preostala glav.
15.01.2020	0	5,375	0	100
15.01.2021	1	5,375	0	100
15.01.2022	2	5,375	0	100
15.01.2023	3	5,375	0	100
15.01.2024	4	5,375	0	100
15.01.2025	5	5,375	0	100
15.01.2026	6	5,375	0	100
15.01.2027	7	5,375	0	100
15.01.2028	8	5,375	0	100
15.01.2029	9	5,375	0	100
15.01.2030	10	5,375	100	0

3. (20) Naj bo T življenjska doba posameznika. Privzemite, da velja

$$P(T \leq t) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{t}{\omega}\right)^\alpha & \text{za } 0 \leq t \leq \omega \\ 1 & \text{sicer} \end{cases}$$

za $\alpha, \omega > 0$.

- a. (5) Navedite ${}_t p_x$.
- b. (5) Izračunajte $\mu(t)$.
- c. (5) Poiščite gostoto porazdelitve T_x za $0 \leq x \leq \omega$.
- d. (5) Izračunajte $E(T_x)$.

4. (20) Zavarovalnica osebi, ki je privarčevala 100.000€, ponuja doživljenjsko rento. Privzeta obrestna mera je 2%, oseba pa je stara 70 let. Strošek ob sklenitvi pogodbe je $\alpha = 1.000$, ob vsakem izplačilu je zavarovalnica obračuna delež $\beta = 0.02$ rente kot strošek, prvo izplačilo rente pa je leto po sklenitvi pogodbe. Posebnost pogodbe je, da v primeru smrti zavarovanca pred prvim izplačilom rente zavarovalnica dedičem vrne vplačano premijo razen stroška α na koncu prvega leta. Dana sta podatka $q_{70} = 0.0106$ in $\ddot{a}_{70} = 16,24$. Oseba bo rento plačala v enem znesku ob sklenitvi pogodbe.

- a. (10) Izračunajte \ddot{a}_{71} .
- b. (10) Kako visoka bo renta?

5. (20) Oseba stara x let kupi odloženo doživljenjsko rento z enkratnim vplačilom premije. Oseba bo prejela izplačilo 1 v trenutkih $m, m + 1, \dots$ šteto od trenutka nakupa. Diskontni faktor naj bo v . Za enoto čas izberemo leto.

- a. (10) Izrazite ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, m - 1$.
- b. (10) Pogodbo spremenimo tako, da oseba plačuje premijo v času varčevanja v trenutkih $0, 1, \dots, m - 1$ šteto od sklenitve pogodbe. V primeru smrti pred začetkom izplačevanja rente, svojci dobijo delež α nominalne do trenutka smrti vplačane premije na koncu leta smrti. Izrazite ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, m - 1$ v tem primeru.

8. (20) Oseba stara $x = 40$ let z zavarovalnico sklence zavarovanje za doživetje v trajanju 20 let z izplačilom $A = 1$. Privzemite, da je obrestna mera enaka $i = 4\%$ za celotno obdobje. Poleg tega zavarovalnica svojcem vrne akumulirano vrednost premij pri efektivni obrestni meri $i = 4\%$, če je $K_x \leq 10$. Premije se plačujejo na začetku vsakega leta vseh 20 let zavarovanja.

- a. (10) Izrazite neto premijo za to zavarovanje z aktuarskimi simboli.
- b. (5) Izrazite ${}_{10}V$ z aktuarskimi simboli.
- c. (5) Izrazite ${}_{11}V$ z aktuarskimi simboli.

